KỸ THUẬT
GIẢI NHANH HÌNH HỌC OXY

CHUẨN HÓA TỌA ĐỘ

WWW.TOANMATH.COM

KỸ THUẬT I: CHUẨN HÓA TỌA ĐỘ

CÁC BƯỚC GIẢI TOÁN:

1. Đọc đề, phân tích dữ kiện - Tìm các điểm tập trung
2. Phán đoán mối quan hệ giữa các điểm (góc có tìm được không? Có vuông góc ?)
3. Tìm giải pháp chứng minh phán đoán (nhớ loại bỏ bớt phán đoán)
4. Trình bày tìm ra " đầu mối " của bài toán
5. Tìm các yếu tố còn lại:

Chú Ý: trong các bước ở trên - phán đoán và chứng minh phán đoán vô cùng quan trọng,nó quyết định các em có thể giải quyết bài toán hay không?muốn làm điều này tốt các em cần phải rèn luyện nhiều bài toán để có nhiều kinh nghiệm nhé:

- Để CM phán đoán có thể dùng một trong các phương pháp sau:

1. CM hình học thuần túy - thường nhanh nhất nhưng chỉ hợp với các em vững kiến thức
2. Phương pháp véc tơ
3. Phương pháp tọa độ - phương pháp này phù hợp với nhiều đối tượng (khuyên dùng) tuy nhiên để làm bằng phương pháp này thì phải tính toán nhiều và cẩn thận
4. Phương pháp gán độ dài cho cạnh hình lớn.

Trong khóa học này ta sẽ cùng bàn với nhau về 3 phương pháp 1,3,4

Phương pháp 1: Cần nắm vững các kỹ năng hình học căn bản - thường là ở cấp 2 như tam giác đặc biệt, tính chất các hình, đường tròn ngoại tiếp,tứ giác nội tiếp ....

Phương Pháp 3:

- Chọn hệ trục tọa độ Oxy đẹp nhất (dễ tìm tọa độ các điểm nhất)
- Tìm tọa độ các điểm cần làm sáng tỏ (các điểm tập trung)
- Sử dụng các công thức liên quan tới phán đoán như: tích vô hướng,góc...
- CM dựa vào kết quả trên

Phương pháp 4: thường dùng khi phán đoán liên quan tới góc

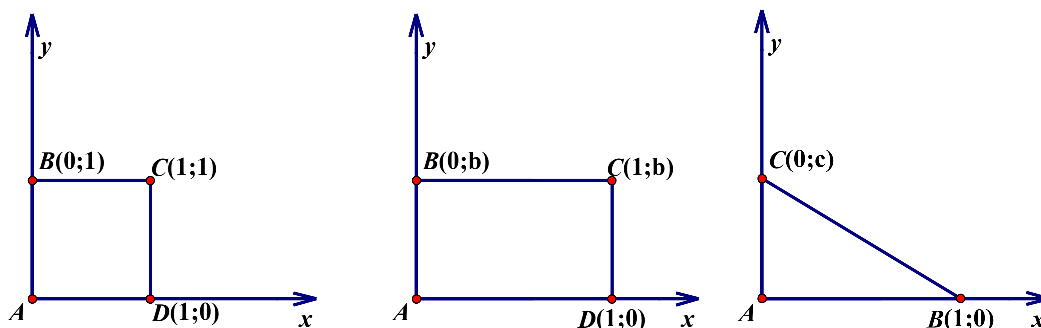
- Gán độ dài cho các cạnh trong hình lớn,tìm độ dài các cạnh còn lại
- Sử dụng các hệ thức trong tam giác vuông như sin,cos,tan... hoặc nếu tam giác không vuông thì dùng các định lý hàm số sin,cos

Phương pháp CHUẨN HÓA TỌA ĐỘ

Các bước :

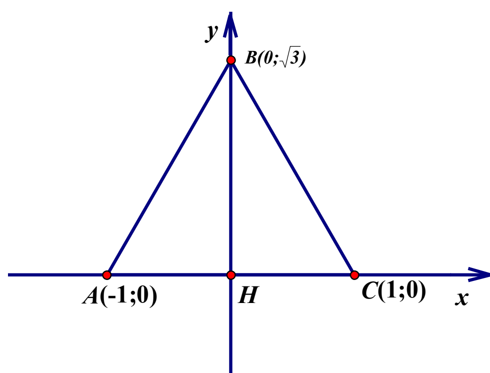
1. Chọn hệ trục tọa độ - thương chọn gốc tại chân góc vuông
2. Chọn cạnh hình lớn để chuẩn hóa độ dài (tham khảo một vài dạng hình vẽ và chuẩn hóa dưới)

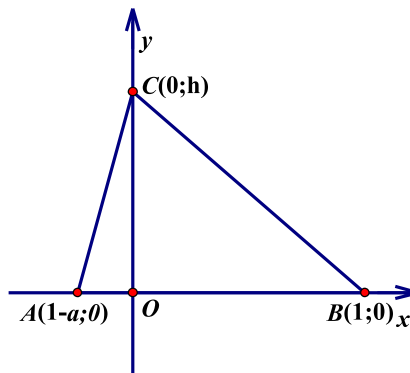
Đối với các bài toán có một trong các tứ giác như: hình vuông, hình chữ nhật, tam giác vuông. Đối với các hình như vậy ta có thể chọn hệ trục tọa độ có gốc nằm tại một đỉnh vuông, có hai trục Ox và Oy chứa 2 cạnh tương ứng của góc vuông đó. Và chọn đơn vị trên các trục bằng độ dài của một trong hai cạnh góc vuông. Bằng cách chọn như vậy, các tham số được giảm tối đa có thể. Và dạng hình này cũng là dạng áp dụng thuận lợi nhất phương pháp tọa độ trong mặt phẳng này.



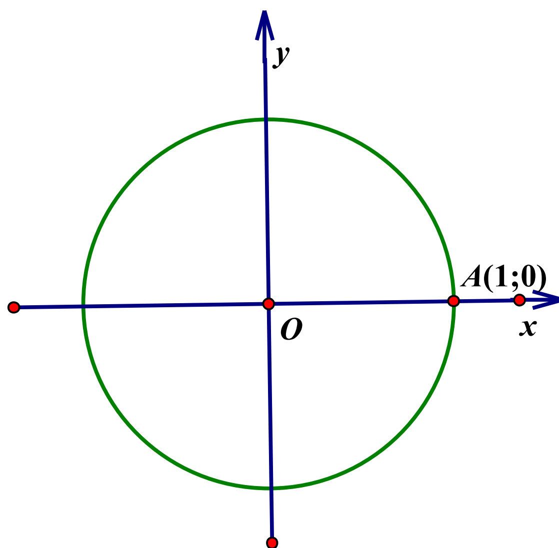
Đối với các bài toán có chứa tam giác đều, tam giác cân, tam giác thường. Ta có thể xây dựng một hệ trục bằng cách dựa vào đường cao. Cụ thể, ta dựng đường cao từ một đỉnh

bất kỳ (đối với tam giác cân ta nên dựng đường cao từ đỉnh cân). Chân đường cao khi đó chính là góc tọa độ, cạnh đáy và đường cao vừa dựng nằm trên hai trục tọa độ.





Đối với các bài toán có chứa các đường tròn thì ta có thể chọn góc tọa độ nằm tại tâm của đường tròn và đơn vị của hệ tọa độ bằng bán kính đường tròn, một hoặc hai trục chứa bán kính, đường kính của đường tròn.



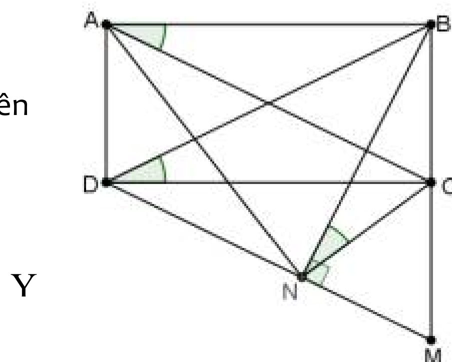
BT Mẫu 1:(trích ĐH 2013A):Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật ABCD,có điểm C thuộc đường thẳng d: 2x + y + 5 = 0 và điểm A (- 4;8).Gọi M là điểm đối xứng của B qua C,N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD.Tìm tọa độ điểm B,C biết rằng N (5; -4)

Phân tích & Giải:

1.Nhận thấy dữ kiện tập trung vào ba điểm đó là A,N,C bằng trực quan khi vẽ hình ta phán đoán răng chúng có mối quan hệ vuông góc,cụ thể: AN $\perp$ CN

2. Tìm phương pháp chứng minh

Phương pháp 1: Hình học thuần túy



Ta có: Tứ giác DBCN nội tiếp nên $\widehat{BDC}=\widehat{BNC}$ mà $\widehat{BDC}=\widehat{CAB}$ nên $\widehat{CAB}=\widehat{BNC}\Rightarrow$ ABCN nội tiếp vậy $\widehat{ANC}=90^0$

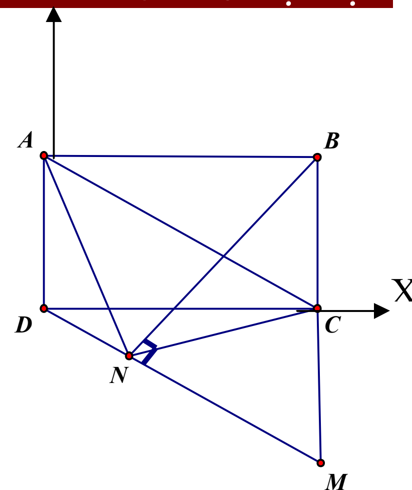
Hay AN vuông góc CN

Phương pháp 2: Gán trục tọa độ

Y

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

- D (o ; o), A(o ; a), C(b; o) B(b ; a), M(b; -a)



- Pt các đường: $\left[\begin{array}{l}(DM): bx-ay=0\\(BN): ax+by-2ab=0\end{array}\right.$
- Lúc đó $N = BN \cap DM \to N\left(\frac{2a^2b}{a^2+b^2};\frac{2ab^2}{a^2+b^2}\right)$
- Lại có: $\overrightarrow{AN} = \left(\frac{2a^2b}{a^2+b^2};\frac{ab^2-a^3}{a^2+b^2}\right);\overrightarrow{CN} = \left(\frac{a^2b-b^3}{a^2+b^2};\frac{2ab^2}{a^2+b^2}\right)$
- Vậy ta có $\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{CN} = 0 \to AN \perp CN$

Phương pháp 3: Gán độ dài cho cạnh của hình lớn

Đặt AD = a, DC = b , $\widehat{DMC} = \alpha \to \widehat{BDM} = 2\alpha$

- Xét ΔDMC ta có: $\sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}};\cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$
- Xét ΔBDN ta có: $\cos 2\alpha = \frac{DN}{BD} \to DN = BD\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right) = \frac{b^2-a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$
- Xét $\begin{array}{l}\Delta ADN \to AN^2 = DN^2 + AD^2 - 2AD.DN\cos\left(\alpha+90^0\right) = a^2\\CN^2 = DC^2 + DN^2 - 2DC.DN\cos\alpha = b^2\end{array}$
- Vậy ta có: $AN^2 + CN^2 = AC^2 \to \Delta ACN$ vuông tại N

Nhận xét : Qua cả ba phương pháp trên ta đã thấy rõ được ưu điểm và nhược điểm của từng phương pháp

- Với hình học thuần túy - rất nhanh nhưng không phải ai cũng làm được vì ko nhớ tính chất hình học
- Với Gán hệ trục và gán độ dài cho cạnh của hình lớn - thích hợp với nhiều đối tượng học lực,tuy nhiên nhược điểm của hai phương pháp này là tính toán nhiều do vậy khi chọn hai phương pháp này làm bài các em nhớ tính toán cẩn thận.

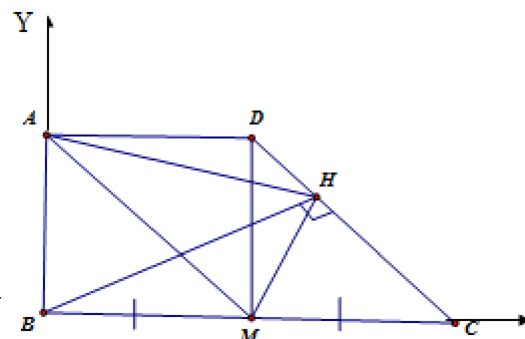
Gợi ý giải

-Ta có $AN \perp CN$ (các em trình bày lại một trong ba cách trên nhé)

- Gọi C (a ; - 2a - 5) thuộc d
- Từ ĐK: $AN \perp CN$ ta có $\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{CN} = 0 \to C(1;-7)$ lại có AC : 3x + y + 4 = 0
- AC //DM , $BN \perp DM \Rightarrow BN \perp AC \to pt(BN): x-3y-17=0$
- Tham số hóa B (3b+17;b) mà AB ⊥ BC nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 0 \to B(-4;-7)$

BT Mẫu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho hình thang vuông ABCD (vuông tại A và B) có BC = 2 AD.Điểm H $\left(\frac{13}{5};\frac{9}{5}\right)$ là hình chiếu vuông góc của điểm B lên cạnh CD.Xác định tọa độ các điểm B và D của hình thang,biết A (-3 ; 1) và trung điểm M của cạnh BC nằm trên đường thẳng x + 2y - 1 = 0

Phân tích: Dựa vào các giả thiết của bài toán,ta nhận định các điểm tập trung của bài toán gần như là A,H,M.Tới đây cố gắng phán đoán mối liên hệ giữa chúng bằng một trong các phương pháp đã trình bày ở bài mẫu trên.Bằng trực quan ta suy đoán rằng có mối quan hệ vuông góc tại H giữa 3 điểm trên.



Phương pháp : Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ

Đặt AB = a; BC = b ta có

- B (0 ; 0),M(b/2 ; 0), C(0 ; b) ; D (b/2 ; a)
- Lại có pt DC : 2bx + ay - 2ab = 0
- BH ⊥ DC nên có pt: ax - 2by = 0
- Mà H = $DC \cap BH = \left\{\begin{array}{l}2bx+ay-2ab=0\\ax-2by=0\end{array}\right. \to H\left(\frac{4b^2a}{4b^2+a^2};\frac{2b^2a}{4a^2+c^2}\right)$
- Tương tự bài trên ta cũng có $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{HM} = 0$ nên AH vuông HM

Điều này nghĩa là suy đoán của ta là chính xác

Note:

- Bài này các em có thể chuẩn hóa theo một cách khác dễ hơn,đó là cho các cạnh của hình vuông bằng 1 hết nhé

Bài này có thể sử dụng phương pháp gán độ dài cho cạnh hình lớn - Tuy nhiên việc tính toán gặp nhiều khó khăn nên ta ko nên dùng,tới đây gần như chắc chắn rằng tọa độ hóa có sức mạnh ghê gớm trong việc chinh phục " chìa khóa" giải toán Oxy.(Bài này các em tự chuẩn hóa nhé)

Gợi ý giải

1. Chứng minh AH vuông góc MH , Tìm tọa độ điểm M như sau

- Tham số hóa M (2a - 1;a)
- Sử dụng điều kiện $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{HM} = 0$ tìm ra M

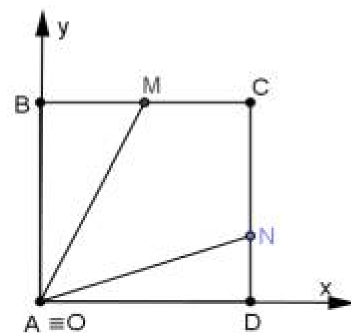
2. Lập pt DC đi qua H và song song $\overrightarrow{AM}$
3. Tham số hóa D thỏa mãn pt DC và dùng Đk $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{DM} = 0$ tìm được D
4. dùng Đk $\begin{cases} BA^2 = DM^2 \\ BM^2 = AD^2 \end{cases} \Rightarrow B$

Chú Ý có thể tìm B thông qua điểm C như sau : $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD}$,M là trung điểm BC.

BT Mẫu 3: (ĐH 2012) Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD.Gọi M là trung điểm của cạnh BC,N là điểm trên CD sao cho CN = 2 ND.Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình 2x - y - 3 = 0.Tìm tọa độ điểm A

Phân tích :Nhìn nhận vấn đề ta thấy bài toán cho ít dữ kiện,như vậy Một cách rất tự nhiên ta sẽ nghĩ tới việc thiết lập thêm dữ kiện cho bài toán Và phải thông qua việc tính toán các yếu tố trên hình vẽ.

- Bài toán cho dữ kiện xoay quanh ba điểm A,M,N Pt đường AN đã biết , điểm M cũng biết nên ta sẽ nghĩ tới việc tìm dữ kiện cho A có lẽ việc xác định góc a lúc này là hợp lý bởi các yếu tố trong bài liên quan mật thiết giữa các cạnh với nhau - Ở đây tôi sẽ dùng phương pháp có lợi nhất là gán trục tọa độ như hình vẽ :



Điểm A (0 ; 0), B(0 ;a), C(a ; a) D (a ; 0), M (a/2 ; a) ; N (a ; a/3)

- Ta có $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{a}{2};a\right), \overrightarrow{AN} = \left(a;\frac{a}{3}\right)$
- Ta có $\cos\widehat{MAN} = \frac{\left|\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}\right|}{\left|\overrightarrow{AM}\right|\left|\overrightarrow{AN}\right|} = \frac{\left|\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{3}\right|}{\sqrt{50a^4/36}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ vậy ta có $\widehat{MAN} = 45^0$ tới đây có lẽ mọi việc đã xong

  bởi bài toán chỉ yêu cầu tìm điểm A mà thôi vậy ta giải tiếp như sau

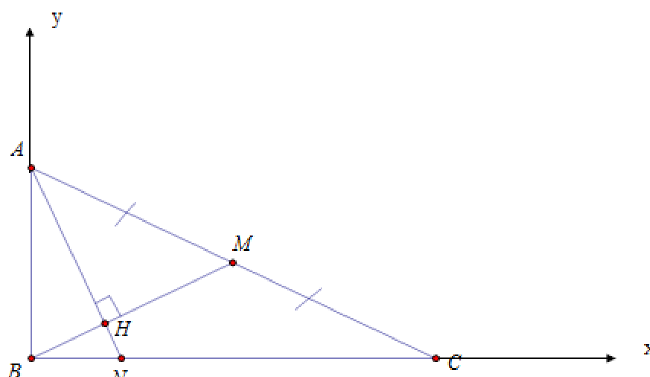
- Tham số hóa tọa độ điểm A (a; 2a - 3) ta có $\cos\widehat{MAN} = \frac{\left|\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_{AN}}\right|}{\left|\overrightarrow{AM}\right|\left|\overrightarrow{u_{AN}}\right|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow a = 1 \vee a = 4$

BT Mẫu 4: Cho tam giác ABC vuông tại B có BC = 2 BA,điểm M (7/4; 1) là trung điểm của AC .Điểm N thuộc BC sao cho BN = ¼ BC,điểm H (2; 2/3) là giao điểm của AN và BM.Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết N nằm trên đường thẳng $\Delta: x + 2y - 6 = 0$

PHÂN TÍCH

Dữ kiện bài toán tập trung vào A,H,M,N
Sau khi vẽ hình ta phán đoán có thể
Sẽ dung bộ A,H,M hoặc A,N,M

Ta sẽ tìm mối liên hệ giữa các bộ này bằng phương pháp gán trục tọa độ xem sao



- Chọn hệ trục như hình vẽ
- B (0 ; 0), A (0 ; a) , C (2a; 0),
N (a/2 ; 0), M (a, a/2)
- $\overrightarrow{AN}=\left(\frac{a}{2};-a\right),\overrightarrow{BM}=\left(a;\frac{a}{2}\right)$

Vậy $\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{BM}=0\rightarrow$ AN vuông BM tại H

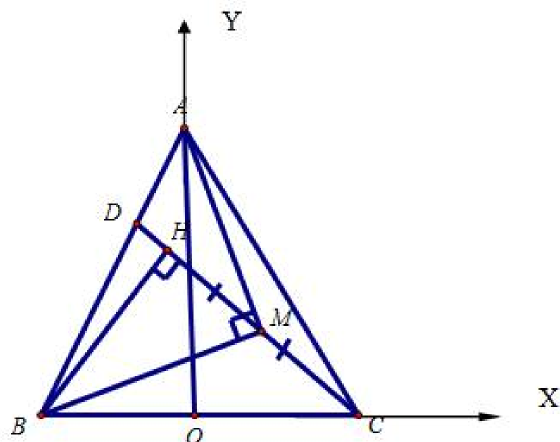
- Tham số hóa N (6 - 2a; a) $\rightarrow\overrightarrow{HN}=\left(4-2a;a-\frac{2}{3}\right)$ dùng ĐK $\overrightarrow{HN}.\overrightarrow{HM}=0\rightarrow H(?)$
- Lập pt HM , B nằm trên HM nên tham số hóa B,tiếp tục dùng $\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{HN}=0\rightarrow B$
- Lập pt HN, tham số hóa điểm A và dùng Đk: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BN}=0\rightarrow A$
- Dùng Đk : $\overrightarrow{BN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}\rightarrow B$

Lưu Ý: Do các cạnh AB và BC tỉ lệ với nhau do đó các em có thể chuẩn hóa tọa độ như sau: B (0; 0),A (0,1) , C (0; 2), M (1; ½) N ($\frac{1}{4}$; 0)

BT Mẫu 5: Trong mặt phẳng tọa độ với hệ tọa đô Oxy, cho tam giác ABC cân tại A (-1 ; 3).Gọi D là một điểm trên cạnh AB sao cho AB = 3AD và H là hình chiếu vuông góc của B trên CD.Điểm M(1/2 ; - 3/2) là trung điểm của đoạn HC. Xác định tọa độ điểm C, biết điểm B nằm trên đường thẳng x + y + 7 =0

PHÂN TÍCH VÀ GỢI Ý GIẢI:

Đọc dữ kiện có thể nhận thấy bài toán có khá nhiều điểm thuận lợi trong việc gán hệ trục tọa độ như tam giác cân , trung điểm, tỷ lệ đoạn thẳng ... do đó ta tiến hành vẽ hình và xây dựng hệ trục tọa độ như sau: dự đoán A,B,M sẽ cho mối quan hệ đặc biệt vì dữ kiện tập trung vào ba điểm này nhiều nhất



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với O (0; 0)

C (1 ; 0), B (-1 ; 0), A (0; a)

$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\rightarrow D(-\frac{1}{3};\frac{2a}{3})\rightarrow\overrightarrow{CD}=\left(-\frac{4}{3};\frac{-2a}{3}\right)=-\frac{2}{3}(2;a)$

Ta có pt CD: ax - 2y - a = 0

BH : 2x + ay + 2 = 0 (vì BH ⊥ CD)

Giải hệ gồm hai đường này ta được H $\left(\frac{a^2-4}{a^2+4};\frac{4a}{4+a^2}\right)$

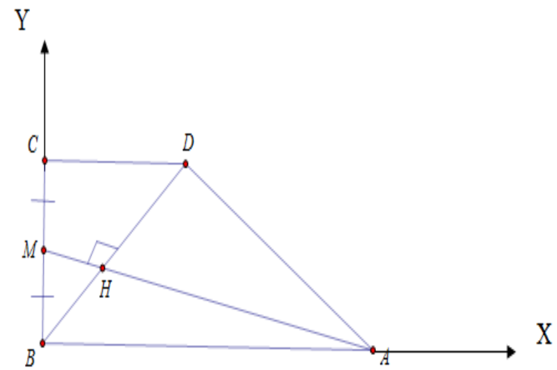
M ($\frac{a^2}{4+a^2};\frac{2a}{4+a^2}$)

Từ đây tìm được $\overrightarrow{AM}=\left(\frac{a^2}{4+a^2};\frac{-2a-a^3}{4+a^2}\right)$; $\overrightarrow{BM}=\left(\frac{2a^2+4}{a^2+4},\frac{2a}{4+a^2}\right)\rightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0\rightarrow AM\perp BM$

Tham số hóa điểm B (a; -a - 7) dung Đk $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0\rightarrow B(?)$ có B ta tìm được D theo ĐK: $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

Có D ta tìm C dễ dàng vì có M là trung điểm CD

BT Mẫu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy,cho hình thang vuông ABCD, vuông tại B và C, có AB = BC = 2 CD,đỉnh A (1; 5/2). Gọi M là trung điểm BC.Đường thẳng AM và BD giao nhau tại H (2; 2/3),biết điểm D nằm trên đường thẳng có phương trình 2x - 4y + 5 =0 .



PHÂN TÍCH VÀ GỢI Ý GIẢI TOÁN

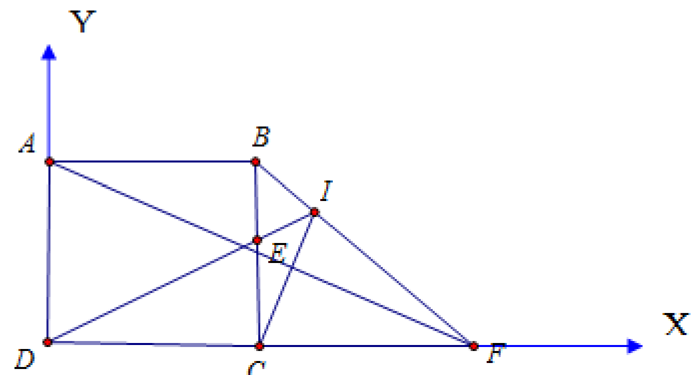
- Khi vẽ hình ta sẽ thấy hình vẽ có AM và BD cắt nhau,nếu cả hai cùng là đường chéo khi không có gì phải hoài nghi hết cả, tuy nhiên ta thấy rõ ràng chúng sẽ phải có mối quan hệ nào đó,có thể tại H (vuông góc),có thể là tại $\widehat{BAM}$ vì ΔABM vuông tại B.Từ suy luận này ta sẽ tìm hiểu thử mối quan hệ của chúng bằng phương pháp GÁN TRỤC TỌA ĐỘ như hình vẽ
- Đặt AB = 2a thì BC = 2a,CD = a do đó ta có: A (2a ; 0), B(0;0), C(0;2a), M(0 ; a), D (a; 2a)
- Ta có: $\overrightarrow{BD}=(a;2a),\overrightarrow{AM}=(-2a;a)\to \overrightarrow{BD}.\overrightarrow{AM}=0\to BD\perp AM=H$

Như vậy không cần kiểm tra thêm nữa mọi việc đã quá rõ ràng rồi nhé tới đây nút thắt của bài toán đã được tháo bỏ (các em nhớ thử kiểm tra tại A xem nhé , có khi lại có thêm một cách giải khác)

CÁC BƯỚC GIẢI TIẾP THEO:

- Tham số hóa tọa độ điểm D (2b - 5/2 ; b) dùng ĐK: $\overrightarrow{DH}.\overrightarrow{AH}=0\to D$
- Lập phương trình DH, do B nằm trên DH nên tham số hóa B,lại có …..
- Tìm C thì quá dễ rồi dùng ĐK: $\overrightarrow{BA}=2\overrightarrow{CD}$ là xong!

<u>BT Mẫu 7</u>: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông ABCD coa C (3 ; -3) và đỉnh A thuộc đường thẳng d: x + 2y - 2 = 0. Gọi E là điểm thuộc cạnh BC, Điểm F là giao điểm của đường thẳng AE và CD, I ($\frac{89}{19};\frac{-7}{19}$) là giao điểm của đường thẳng ED và BF.Tìm tọa độ các điểm B,D biết M (4/3; 0) thuộc đường AF **(Đề thi thử trường THPT Thành Nhân)**



Chọn trục tọa độ và chuẩn hóa tọa độ bằng các Cạnh của hình vuông bằng 1: ta có D (0; 0), C (1; 0) ,B(1 ;1) , A(0; 1) và E (1; a)

- Ta có: pt: DC là y = 0
- Pt đt AE là : (1 - a)x + y - 1 = 0
- Lại có F = $AE\cap DC\ \to F\left(\frac{1}{1-a};0\right)$
- PT đường DE : ax - y =0
- Pt đường BF : (1 - a)x + ay - 1 = 0
- $I=DE\cap BF$ ta có $I\left(\frac{1}{a^2-a+1};\frac{a}{a^2-a+1}\right)$

Chú ý rằng dữ kiện bài toán tập trung vào A,C,I,E nên ta nghi rằng chúng sẽ có mối quan hệ gì đó với nhau…..Đến đây mọi việc coi như đã sáng tỏ,ta chỉ cần tìm các véc tơ $\overrightarrow{AE},\overrightarrow{CI}$

+ $\overrightarrow{AE}=(1;a-1),\overrightarrow{IC}=(\frac{a-1}{a^2-a+1};\frac{-1}{a^2-a-1})\to \overrightarrow{AE}.\overrightarrow{CI}=0$ vậy AE vuông góc với CI đến đây thì "Nút thắt "của bài toán đã được gỡ bỏ hoàn toàn nhé các bước tiếp theo sẽ làm như sau:

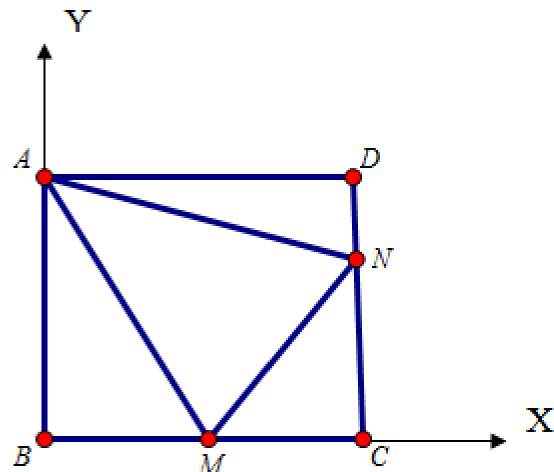
- lập AF đi qua M và vuông góc CI: pt AF 3x + 5y - 4 = 0.
- A = d $\cap AF\to A(-2;2)$
- O là tâm hình vuông và là trung điểm AC ta có O (½ ; - ½)
- Lập pt đường BD đi qua O và vuông góc AC,cuối cùng dùng ĐK AB vuông BC ta có B !!!!

Mẫu 8 :(ĐH 2012 A) :Trong mặt phẳng Oxy cho hình vuông ABCD.Gọi M là trung điểm của BC, N trên CD sao cho CN = 2DN, điểm M (11/2 ; 1/2) đường AN có phương trình : 2x - y - 3 = 0.Tìm tọa độ điểm A

Hướng dẫn giải

Bài toán này thực chất không phải một bài khó và cũng có khá nhiều cách giải của các thầy cô trên cả nước, tuy nhiên ở đây tôi sẽ trình bày một cách giải khá đẹp dựa vào công cụ chuẩn hóa tọa độ như sau.

Ta thấy bài toán chỉ yêu cầu tìm tọa độ điểm A và đã cho sẵn ta một dữ kiện về A đó là AN,ta đặt câu hỏi rằng liệu M đã biết mà đề bài cho tham gia vào bài toán này như thế nào ? có mối liên hệ như thế nào với A,M,N .Các em theo dõi lời giải dưới đây nhé :



Chọn trục tọa độ như hình vẽ

Chuẩn hóa các cạnh của hình vuông đều bằng 1 ta có :

B (0 ; 0), C (1 ; 0) ; D (1 ;1) A (0 ; 1) M (1/2 ; 0) ; N (1 ; 2/3)

Có : $\overrightarrow{AM} = \left(\frac{1}{2}; -1\right), \overrightarrow{AN} = \left(1; \frac{-1}{3}\right)$

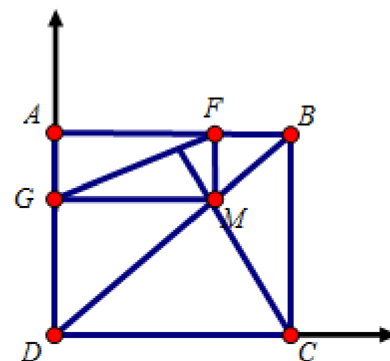
$$\cos\widehat{MAN} = \frac{\left|\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}\right|}{AM.AN} = \frac{\left|\frac{5}{6}\right|}{\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{10}}{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \widehat{MAN} = 45^0$$

Đến đây mọi công việc coi như đã hoàn tất chỉ còn nhiệm vụ tìm chính xác điểm A nữa mà thôi ta làm như sau :

- Tham số hóa A (a ; 2a - 3) thuộc AN
- Có $\cos\widehat{MAN} = \frac{\left|\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_{AN}}\right|}{\left|AM\right|.\left|u_{AN}\right|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow a = ? \rightarrow A(?)$ Xong !!!

BT Mẫu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình vuông ABCD, có điểm C thuộc đường x + 2y - 6 = 0 Điểm M (1; 1) thuộc canh BD.Hình chiếu của M lên AB, AD đều nằm trên đường thẳng x + y - 1 = 0.Tìm tọa độ điểm C.

Hướng dẫn giải:



Gọi F, G lần lượt là hình chiếu của M lên AB,AD

- Chon hệ trục tọa độ như hình vẽ với D (0; 0)
- Không mất tính tổng quát ta chọn các cạnh hình vuông

Có độ dài bằng 1 khi đó ta có: C (1; 0), M(a ; a), F (a; 1) , G (0; a)

Ta có $\overrightarrow{CM} = (a-1; -a), \overrightarrow{GF} = (a; 1-a)$

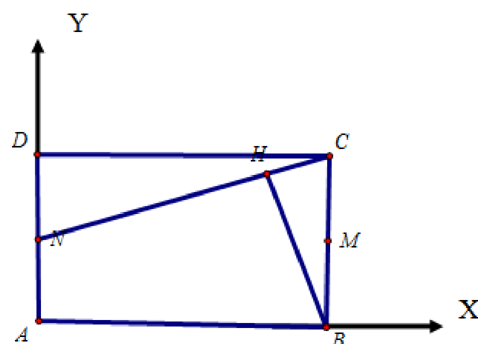
Vậy $\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{GF} = o \rightarrow CM \perp GF$

Tham số hóa C (6 - 2a ; a)

dùng ĐK $\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{GF} = o \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}.\overrightarrow{u_d} = 0 \rightarrow C = ?$

BT Mẫu 10: Cho hình chữ nhật ABCD có A (-1 ; 3),M và N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và AD.H là hình chiếu của B lên CN, H (43/17 ; 19/17). Biết trung điểm M của cạnh BC nằm trên đường thẳng có phương trình x + y - 5 =0 .Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật trên.

HƯỚNG DẪN GIẢI



Qua dữ kiện có thể thấy ngay rằng bài toán tập trung dữ kiện vào ba điểm A,M,H,bằng trực quan hình vẽ ta đề xuất khả năng có quan hệ vuông góc giữa ba điểm trên.

Giải pháp:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

A (0; 0) ,B(1; 0) , C (1; b) , D (0; b) , M(1; b/2), N(b/2; 0)

Pt đường NC: $2bx + (b - 2)y - b^2 = 0$

Pt BH : (2 - b)x -2by + b - 2 = 0

Giải HPT gồm hai đường trên ta tìm thấy điểm H tuy Nhiên sẽ thấy việc tìm ra điểm H bằng hệ trục này hơi vất vả ta sẽ cùng nhau tìm ra một hệ trục khác nhé :

<u>CHỌN HỆ TRỤC NHƯ HÌNH VẼ</u> :

B (0 ; 0), A (0 ; a), C(0 ; 1) , D (1 ; a), N (1/2 ; a), M (1/2 ;0)

Pt NC : 2ax + y - 2a = 0

Pt BH : x - 2ay = 0

Tọa độ H là nghiệm của HPT gồm NC và BH

Giải hệ ta có $H\left(\frac{4a^2}{4a^2+1};\frac{2a}{4a^2+1}\right)$

$\overrightarrow{AH}=\left(\frac{4a^2}{4a^2+1};\frac{a-4a^3}{4a^2+1}\right),\overrightarrow{MH}=\left(\frac{2a^2-1/2}{4a^2+1};\frac{2a}{4a^2+1}\right)$

Vậy $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{MH}=0\rightarrow AH\perp MH$

Tới đây nút thắt đã được giải quyết :

- Tham số hóa M (a,5 - a) dùng ĐK vuông góc ở trên $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{MH}=0\rightarrow M$
- Lập pt AM,ta suy được pt CN (song song AM đi qua H)
- Có pt CN ta có pt BH,tham số hóa B,dùng ĐK AB vuông BM tìm được B,do M là trung điểm BC nên tìm được C ……….Xong!!!

Nhận xét: Qua ví dụ này các em thấy việc đặt hệ trục tọa độ là vô cùng quan trọng,nó quyết định 80% khả năng thành -bại của bài toán.ở bài này chọn B là chính xác và hợp lý hơn cả vì ta chỉ cần tìm tọa độ điểm H, Khi đó sẽ liên quan tới pt đường BH,như vậy B (0; 0) sẽ giảm tối đa việc tính toán cho các em

<u>BT Mẫu 11</u>: Cho tam giác ABC cân tại A với A (0; 2) gọi D thuộc AB sao cho AB = 3 AD,H là hình chiếu của B lên CD.M là trung điểm của HC và M (¾ ; - 57 / 100).Tìm tọa độ điểm C biết C nằm trên đường thẳng có phương trình: x + y + 2 = 0

